令和５年度

一般選抜（Ｉ期）問題

試験日　２月３日

数　　学

試験開始までに下記の注意事項をよく読んでください。

注意事項

① 試験開始の合図があるまで、問題冊子を開いてはいけません。
② 開始の合図後、解答用紙に「氏名」、「個人番号」を記入すること。
③ 受験票、筆記用具以外は、机上に置かないこと。
④ 受験票は机上に貼付してある「個人番号」の手前に置くこと。
⑤ 記述解答で、字数の指定がある問題では句読点は１字として数えること。
⑥ 試験中に問題冊子の印刷不鮮明、ページの落丁・乱丁及び解答用紙の汚れ等に気付いた場合は、手を挙げて監督者に知らせること。
⑦ 試験中は退席しないこと。（気分が悪くなった場合は、手を挙げて監督者に知らせること）
⑧ 試験終了後、この問題冊子は持ち帰ること。

問１　次の式を因数分解しなさい。

（１）　$x^2 - 8x + 15$

（２）　$7x^2 - 8x - 15$

（３）　$x^2 + xy - 2y^2 - x - 5y - 2$

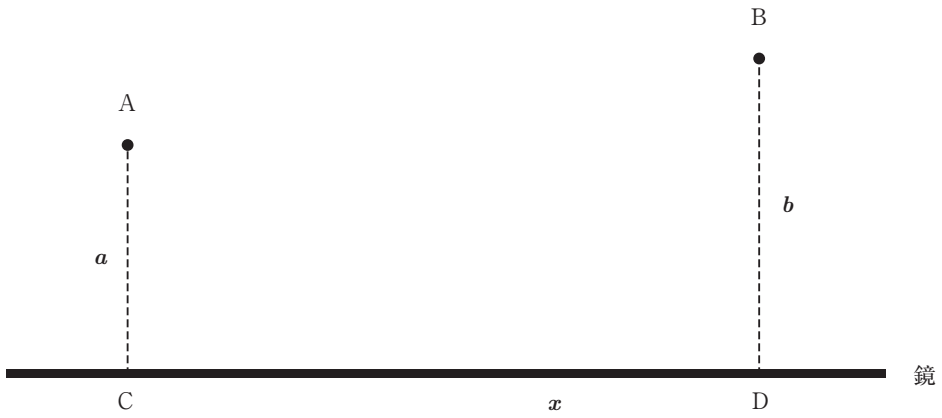
（４）　$(x + y + z)^2 - (x - y - z)^2$

（５）　$(x^3 - y^3) + xy(x - y)$

問２　図のように鏡があり，鏡の面から少し離れた位置に，点Ａと点Ｂがある。

それぞれの点から鏡面に垂線 AC と BD を下し，その垂線の長さを AC = $\boldsymbol{a}$, BD = $\boldsymbol{b}$ とする。また，CD の長さが $\boldsymbol{x}$ であった。

このとき以下の問いに答えなさい。



（１）　点Ｂに置いた光源の光が鏡に反射して，点Ａで観測できた。

点Ａから見て，点Ｂの光源は鏡のどの位置に映っているのか，理由が分るように解答用紙の図に作図し，映っている点を点Ｈとして記入しなさい。

（２）（１）の作図で，$\angle \mathrm{BHD} = \theta$ とするとき，$\tan\theta$ を $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{x}$ を使って表しなさい。

（３）（２）のとき，$\theta = 45^\circ$ となる，$\boldsymbol{x}$ を $\boldsymbol{a}$ と $\boldsymbol{b}$ で表しなさい。

（４）（２）のとき，$\theta = 30^\circ$ となる，$\boldsymbol{x}$ を $\boldsymbol{a}$ と $\boldsymbol{b}$ で表しなさい。

問３　図のように，半径$\boldsymbol{R}$の円Ｏに三つの円Ａ，Ｂ，Ｃが内接し，三つの円Ａ，Ｂ，Ｃは互いに外接している。円Ａの半径は$\boldsymbol{a}$，円Ｂの半径は$\boldsymbol{b}$，円Ｃの半径は$\boldsymbol{c}$とする。
また，円の中心をそれぞれ，点Ｏ，点Ａ，点Ｂ，点Ｃとする。
このとき，設問の場合について，各問いに答えなさい。

（１）　円Ｏと三つの円Ａ，Ｂ，Ｃとの接点をそれぞれＡ′，Ｂ′，Ｃ′とすると，△Ａ′Ｂ′Ｃ′は正三角形になった。このとき円の中心を頂点とする△ABCの一辺の長さを$\boldsymbol{a}$で表しなさい。

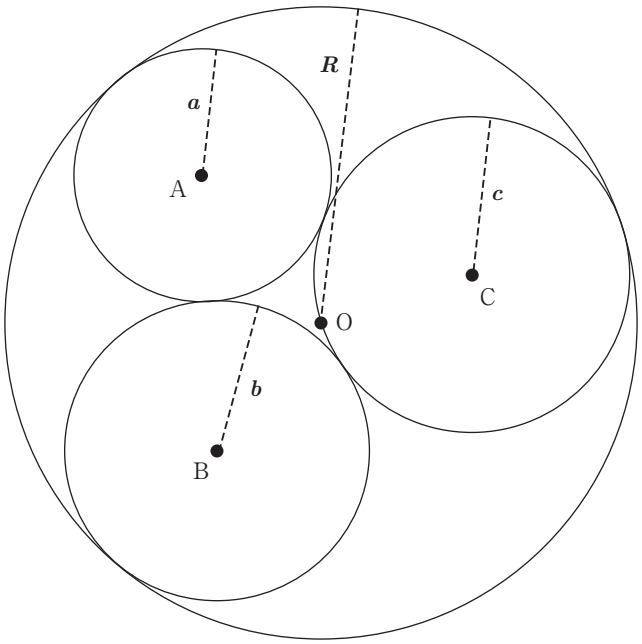
（２）（１）のとき，三角形ABCの一辺の長さを$\boldsymbol{R}$で表しなさい。

（３）（場合を変えて）線分BCの中点が点Ｏとなるとき，円Ｂの半径$\boldsymbol{b}$を$\boldsymbol{R}$で表しなさい。

（４）（３）のとき，円Ａの半径$\boldsymbol{a}$を$\boldsymbol{R}$で表しなさい。

（５）（場合を変えて）点Ｏが円Ａの円周上にあり，円Ａと円Ｏとの接点と，点Ａ，点Ｏ，さらに円Ｂと円Ｃの接点が一直線上にある場合，円Ａの半径$\boldsymbol{a}$を$\boldsymbol{R}$で表しなさい。

（６）（５）のとき，円Ｂの半径$\boldsymbol{b}$を$\boldsymbol{R}$で表しなさい。



問４　１から99までの番号をつけた99枚のカードがある。
このカードから１枚取り出して数を決める。
このとき，以下の問いに答えなさい。

（１）　１枚取り出したカードの番号が３の倍数である確率を求めなさい。

（２）　１枚取り出したカードの番号が３の倍数であり，かつ，５の倍数である確率を求めなさい。

（３）　１枚取り出したカードの番号が３の倍数でも，５の倍数でもない確率を求めなさい。

（４）　１枚取り出したカードの番号が，168，252，280の公約数である確率を求めなさい。

（５）　１枚取り出したカードの番号が，6，10，18の公倍数である確率を求めなさい。

問５　aを定数とする。２次関数

$$f(x) = x^2 - 2ax + 2a^2 - 2a - 15 \quad \cdots\cdots \quad ①$$

について，以下の問いに答えなさい。

（１）　２次関数①のグラフが，x軸と異なる２点で交わるような定数 a の範囲を求めなさい。

（２）　２次関数①のグラフがx軸と２点で交わり，その２つの交点の間が最も離れているときの定数 a の値を求めなさい。

（３）　２次関数①のグラフが原点（0，0）を通るときの定数 a の値を求めなさい。