令和５年度　一般選抜Ⅱ期問題　数　学

問１　次の三角方程式を解いて，角度θを求めなさい。
ただし，$0^\circ \leqq \theta \leqq 180^\circ$とする。

（１）　$\sin\theta = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$

（２）　$\tan\theta = -\dfrac{\sqrt{3}}{3}$

（３）　$2\cos^2\theta - 2\sqrt{2}\sin\theta + 1 = 0$

（４）　$\begin{cases} \sqrt{3}\cos\theta + \sin\theta - 1 = 0 \\ \sin^2\theta + \cos^2\theta = 1 \end{cases}$

問２　硬貨をA，B２人がそれぞれ１枚ずつ同時に投げることを繰り返し行い，表の出た回数を数えていく。硬貨の表のでる確率は$\dfrac{1}{2}$とする。

ここで，二人の表の出た回数の差が２になった時点で，２回多く表を出した方が勝ちとして，そこで終わることにする。

このとき以下の問いに答えなさい。

（１）　硬貨を１回投げて，A，B両方が表がでる確率を求めなさい。

（２）　硬貨を２回投げて，２人の間で表のでた回数の差が２回になる確率を求めなさい。

（３）　硬貨を投げるゲームを始めて，４回目まで硬貨を投げることができる確率を求めなさい。

（４）　硬貨を投げるゲームを始めて，４回目で勝者が決まる確率を求めなさい。

問３　２つの定数a，bの間に，$b = -a - 2$の関係がある。
この２つの定数を含む，２次関数

$$y = x^2 - 2ax + b^2 + 5b + 4$$

について，以下の問いに答えなさい。

（１）　２次関数の頂点の座標を，定数aで表しなさい。

（２）　この２次関数が，点（0，0）を通るときのグラフをかきなさい。

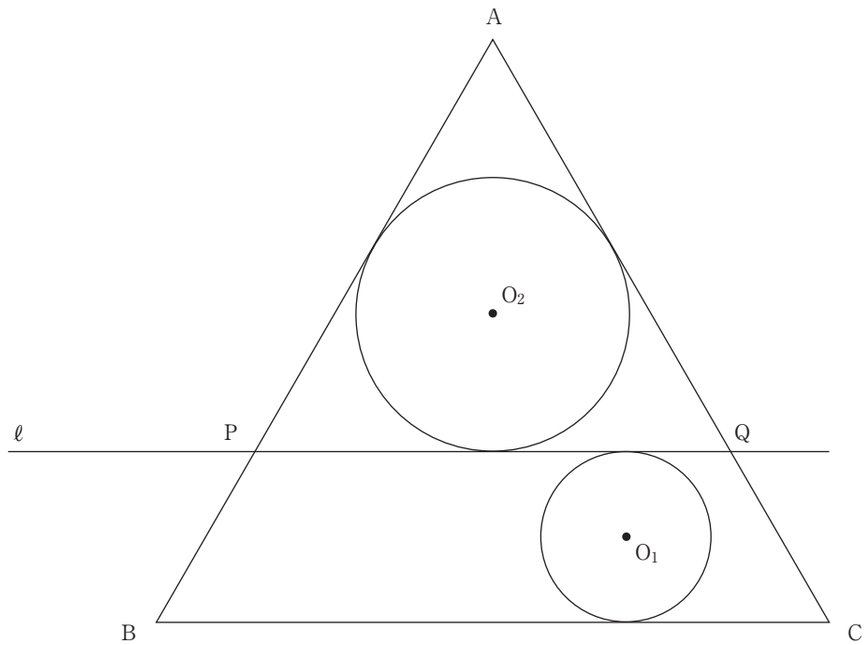
（３）　定数$b = 0$のとき，頂点の座標を求めなさい。

問４　１辺の長さが２の正三角形ABCがある。

底辺BCに平行な直線ℓが辺AB，CAと交わる点をそれぞれP，Qとする。円O_1はℓとBCに接しており，△ABCの内部にある。円O_2は，△APQに内接している。このとき以下の問いに答えなさい。

（１）　円O_1の半径をrとする。ℓが△ABCと交点をもつ範囲で，BCに平行なまま上下に動くとき，rのとり得る値の範囲を求めなさい。

（２）　円O_2の半径Rをrを用いて表しなさい。

（３）　円O_1と円O_2の面積の和Sをrを用いて表しなさい。

（４）（３）で求めたSの最小値とそのときのrの値を求めなさい。